Parte II

1. Completar las tablas estableciendo las equivalencias entre el sistema sexagesimal y el circular.

a)

sexagesimal	360º	330°	300°	270º				150°		120°	90º	60º		30º
circular	2π				$\frac{4}{3}\pi$	$7\frac{\pi}{6}$	π		$\frac{3\pi}{4}$				$\frac{1}{4}\pi$	

b)

sexagesimal	3000° 30´	-1250°		
circular			3	$\frac{\pi}{12}$

2. Sabiendo que α pertenece al segundo cuadrante y que cosec $\alpha = \frac{3\sqrt{2}}{4}$, calcular (sin hallar el ángulo) las cinco funciones trigonométricas restantes de α, usando las propiedades y relaciones correspondientes.

3. Hallar (sin hallar el ángulo) las razones trigonométricas de un ángulo α situado en el cuarto cuadrante del que se sabe que su cotangente es igual a -3/4.

4. Sabiendo que $\cos ec(\alpha) = 2$ y $\text{cotag}(\alpha) < 0$, calcular el valor exacto de: $\sec(\alpha)$.

5. Se define $f:\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \,/\, f(x) = \text{sen}(x)$, se pide:

a) Graficar *f*.
b) Indicar el periodo de la misma.
c) Resolver las siguientes ecuaciones: c1) $\text{sen}(x) = 0;\ x \in [0, 2\pi]$

c2) $\text{sen}(x) = 0;\ x \in \left[-\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right]$ c3) $\text{sen}(x) = 0;\ x \in \mathbb{R}$ c4) $\text{sen}(x) = \frac{1}{2};\ x \in [0, \pi]$

c5) $\text{sen}(x) = \frac{1}{2};\ x \in \left[0, \frac{5}{2}\pi\right]$ c6) $\text{sen}(x) = \frac{1}{2};\ x \in \mathbb{R}$ c7) $\text{sen}(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2};\ x \in [0, 2\pi]$

c8) $\text{sen}(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2};\ x \in [-\pi, 0]$ c9) $\text{sen}(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2};\ x \in \mathbb{R}$

6. Se define $f:\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \,/\, f(x) = \cos(x)$, se pide:

a) Graficar *f*.
b) Indicar el periodo de la misma.
c) Resolver las siguientes ecuaciones: c1) $\cos(x) = 0;\ x \in [0, 2\pi]$

c2) $\cos(x) = 0;\ x \in \left[-\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right]$ c3) $\cos(x) = 0;\ x \in \mathbb{R}$ c4) $\cos(x) = \frac{1}{2};\ x \in [0, \pi]$

c5) $\cos(x) = \frac{1}{2};\ x \in \left[0, \frac{5}{2}\pi\right]$ c6) $\cos(x) = \frac{1}{2};\ x \in \mathbb{R}$ c7) $\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2};\ x \in [0, 2\pi]$

c8) $\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2};\ x \in [-\pi, 2\pi]$ c9) $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2};\ x \in \mathbb{R}$

7. Expresar en términos de sen(x) y cos(x). (Sugerencia: representar las funciones sen(x) y cos(x) en el mismo sistema de ejes cartesianos)

$a)\ \text{sen}(x+\pi)=$.......... $b)\ \text{sen}(-x)=$............ $c)\ \text{sen}(x-2\pi)=$............

$d)\ \text{sen}(\pi-x)=$.......... e) $\cos(x-\pi)=$........... f) $\cos(\pi-x)=$.............

$g)\ \cos(-x)=$.......... h) $\cos(x+\pi)=$.......... $i)\ \text{sen}\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=$...........

j) $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)+\text{sen}(\pi-\alpha)-\text{sen}(\pi+\alpha)-\text{sen}(-\alpha)=$..........

k) $\dfrac{-\text{sen}(-\alpha)+3\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)+2\cdot\text{sen}(\pi+\alpha)}{-\text{sen}\left(3\frac{\pi}{2}+\alpha\right)+\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}=$................

8. Se define $f:\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)\longrightarrow\mathbb{R}\ /\ f(x)=tg(x)$, se pide:

a) Graficar *f*.
b) Resolver las siguientes ecuaciones: c1) $tg(x)=0;\ x\in[0,2\pi]$

c2) $tg(x)=0;\ x\in\mathbb{R}$ c3) $tg(x)=1;\ x\in[-\pi,3\pi]$ c4) $tg(x)=1;\ x\in\mathbb{R}$

9. Resolver las siguientes ecuaciones para i) $x\in[0;2\pi]$ ii) $\mathbb{R}$:

a) $2\cdot senx\cdot\cos x=senx$
b) $\cos x-2\cdot sen^2x+2=0$
c) $2\cdot\cos^2 x=senx-1$
d) $\cot g^2x=\cot gx$
e) $\cot gx+1=-1-tgx$
f) $3\cdot\sec x+\sqrt{3}\cdot\cos ecx=0$
g) $\cot g^2x=-1+\sec^2 x$

10. Resolver e indicar el conjunto solución en i) $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{3}{2}\pi\right]$ ii) $\mathbb{R}$:

a) $-2+\sqrt{3}\cos ecx=0$

b) $\cos^2 x=\cos x$

c) $\dfrac{\sec x}{\cos x}-\dfrac{1}{2}\sec x=0$

d) $\cos^2 x+\frac{1}{2}senx-\frac{1}{2}=0$

e) $\sec(x)\ +\ tg(x)=\ 1$

f) $2\cos^2 x+4\text{sen}^2 x=3$

g) $(\text{tg}\,x-1)(\text{tg}\,x+3)=2\,\text{tg}\,x$

h) $2\cos(x)+2\sqrt{2}=3\sec(x)$

i) $tg(x)-\cot g(x)=\cos ec(x)$

j) $3^{2\cdot|\cos(x)|}=\left(2\cdot\sqrt{12}+6\cdot\sqrt{\frac{1}{3}}+3\cdot\sqrt{3}\right)^{\frac{2}{5}}$

Respuestas:

En todos los casos k, k', k'' y k''' $\in \mathbb{Z}$

1)

a)

sexagesimal	360°	330°	300°	270°	240°	210°	180°	150°	135°	120°	90°	60°	45°	30°
circular	2π	$\frac{11}{6}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$7\frac{\pi}{6}$	π	$\frac{5}{6}\pi$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{6}\pi$

b)

sexagesimal	3000° 30´	-1250°	171° 53´ 14´´	15°
circular	$\frac{6001}{360}\pi$	$-\frac{125}{18}\pi$	3	$\frac{\pi}{12}$

2) $sen\alpha = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{3}$; $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$; $tg\alpha = -2 \cdot \sqrt{2}$; $\cot g\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{4}$; $\sec\alpha = -3$

3) $tg\alpha = -\frac{4}{3}$ $\sec\alpha = \frac{5}{3}$ $\operatorname{sen}\alpha = -\frac{4}{5}$ $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ $\cos ec\alpha = -\frac{5}{4}$

4) $\sec(\alpha) = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$

5)

c1) $S = \{0; \pi; 2\pi\}$ c2) $S = \{-\pi; 0; \pi; 2\pi\}$ c3) $S = \{k\pi;\ k \in \mathbb{Z}\}$ c4) $S = \left\{\frac{1}{6}\pi; \frac{5}{6}\pi\right\}$

c5) $S = \left\{\frac{1}{6}\pi; \frac{5}{6}\pi; \frac{13}{6}\pi\right\}$ c6) $S = \left\{\frac{1}{6}\pi; +2k\pi; \frac{5}{6}\pi + 2k'\pi\right\}$ c7) $S = \left\{\frac{5}{4}\pi; \frac{7}{4}\pi\right\}$

c8) $S = \left\{-\frac{3}{4}\pi; -\frac{1}{4}\pi\right\}$ c9) $S = \left\{-\frac{1}{4}\pi; +2k\pi; \frac{5}{4}\pi + 2k'\pi\right\}$

6) c1) $S=\left\{\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right\}$ c2) $S=\left\{-\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right\}$ c3) $S=\left\{\frac{2k+1}{2}\pi;\ \mathrm{k}\in\mathbb{Z}\right\}$

c4) $S=\left\{\frac{1}{3}\pi\right\}$ c5) $S=\left\{\frac{1}{3}\pi;\frac{5}{3}\pi;\frac{7}{3}\pi\right\}$ c6) $S=\left\{\frac{1}{3}\pi;+2k\pi;\frac{5}{3}\pi+2k'\pi\right\}$

c7) $S=\left\{\frac{5}{6}\pi;\frac{7}{6}\pi\right\}$ c8) $S=\left\{-\frac{5}{6}\pi;\frac{5}{6}\pi;\frac{7}{6}\pi\right\}$ c9) $S=\left\{\frac{5}{6}\pi;+2k\pi;\frac{7}{6}\pi+2k'\pi\right\}$

7)

$a)-\operatorname{sen}(x)$ $b)\ -\operatorname{sen}(x)$ $c)\ -\operatorname{sen}(x)$ $\mathrm{d)}\operatorname{sen}(x)$

$e)\ -\cos(x)$ $\mathrm{f})\ -\cos(x)$ $\mathrm{g})\cos(x)$ $\mathrm{h})\ -\cos(x)$ $i)\cos(x)$

j) $2\cdot sen\alpha$ k) $-4\cdot tg\alpha$

8) c1) $S=\{0;\pi;2\pi\}$ c2) $S=\{k\pi\}$ c3) $S=\left\{-\frac{3}{4}\pi;\frac{\pi}{4};5\frac{\pi}{4};\frac{9}{4}\pi\right\}$ c4) $S=\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi\right\}$

9) a) i) $S=\left\{0;\pi;2\pi;\frac{\pi}{3};5\frac{\pi}{3}\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k'\pi;k''\pi\right\}$;b) i) $S=\left\{\frac{\pi}{2};3\frac{\pi}{2};2\frac{\pi}{3};4\frac{\pi}{3}\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{2\pi}{3}+2k'\pi;\frac{4}{3}\pi+2k''\pi\right\}$; c) i) $S=\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{2}+2k\pi\right\}$; d) i) $S=\left\{\frac{\pi}{4};5\frac{\pi}{4}\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi\right\}$;e) i) $S=\left\{\frac{3}{4}\pi;\frac{7}{4}\pi\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{3}{4}\pi+k\pi\right\}$ f) i) $S=\left\{\frac{5}{6}\pi;\frac{11}{6}\pi\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{5}{6}\pi+k\pi\right\}$; g) i) $S=\left\{\frac{\pi}{4};3\frac{\pi}{4};5\frac{\pi}{4};7\frac{\pi}{4}\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{4}+\frac{k}{2}\pi\right\}$

10)

a) i) $S=\left\{\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{2\pi}{3}+2k'\pi\right\}$ b) i) $S=\left\{-\frac{\pi}{2};0;\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right\}$ ii) $S=\left\{2k\pi;\frac{\pi}{2}+k'\pi\right\}$ c) $S=\phi$
d) i) $S=\left\{-\frac{1}{6}\pi;\frac{\pi}{2};\frac{7\pi}{6}\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{2}+2k\pi;\frac{7\pi}{6}+2k'\pi;\frac{11}{6}\pi+2k''\pi\right\}$ e) i) $S=\{0;\pi\}$ ii) $S=\{k\pi\}$ f) i) $S=\left\{-\frac{1}{4}\pi;\frac{\pi}{4};\frac{5\pi}{4};\frac{3}{4}\pi\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi;\frac{3}{4}\pi+k'\pi\right\}$ g) i) $S=\left\{-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3};\frac{4\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi;\frac{2\pi}{3}+k'\pi\right\}$ h) i) $S=\left\{-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{4}+2k\pi;\frac{7\pi}{4}+2k'\pi\right\}$ i) i) $S=\left\{-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right\}$ ii) $S=\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi;\frac{5\pi}{3}+2k'\pi\right\}$ j) $S=\left\{\frac{\pi}{3};\frac{2}{3}\pi;\frac{4}{3}\pi;\frac{5}{3}\pi\right\}$

12) c1) $S=\left\{\frac{\pi}{4};\frac{5}{4}\pi\right\}$ c2) $S=\left\{-\frac{7}{4}\pi;-\frac{3}{4}\pi;\frac{1}{4}\pi;\frac{5}{4}\pi\right\}$ c3) $S=\left\{\frac{1}{4}\pi+k\pi\right\}$ c4) $S=\left\{\frac{k}{2}\pi\right\}$

13) c1) $S=\left\{\frac{\pi}{2};\frac{5}{2}\pi\right\}$ c2) $S=\left\{\frac{\pi}{2};\frac{5}{2}\pi;\frac{13}{2}\pi;\frac{17}{2}\pi\right\}$ c3) $S=\left\{\frac{\pi}{2}+6k\pi;\frac{5}{2}\pi+6k'\pi\right\}$

15) c1) $S=\left\{0;\frac{2\pi}{3};\frac{4}{3}\pi;2\pi\right\}$ c2) $S=\left\{\frac{2}{3}k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$

16) c1) $S=\left\{-\frac{4\pi}{3};\frac{4\pi}{3};\frac{20}{3}\pi\right\}$ c2) $S=\left\{-\frac{4}{3}\pi+8k\pi;\frac{4}{3}\pi+8k'\pi\right\}$