

FUNCIÓN CUADRÁTICA**Problema 1**

Miguel y Ernesto se asociaron para desarrollar un micro emprendimiento como técnicos de computadoras.

Para decidir qué precio cobrarán por hora consultaron a un amigo economista. Teniendo en cuenta los costos fijos y la relación entre el precio que cobrarían por hora y la cantidad de trabajo que tendrían, el amigo les presenta la siguiente fórmula:

$G(p) = 3200 - 2(p - 80)^2$ que permite calcular la ganancia mensual en función del precio por hora.

- Miguel propone cobrar 56 \$ por hora ¿cuánto ganarían en ese caso?
- Ernesto quiere aumentar la ganancia ¿a qué precio podrían cobrar la hora?
- ¿Habrá otro valor de precio por hora con el cual se pueda obtener una ganancia de \$2048?
- ¿Es posible obtener una ganancia de \$1400? ¿y de 3500?
- ¿Cuál es la máxima ganancia que se puede obtener? ¿Qué precio por hora hay que cobrar para obtener esa ganancia?
- En la pregunta c) se analizó que existen dos valores de precios por hora en los cuales la ganancia que se obtiene es de \$2048, ¿cuál de los dos precios elegirían para obtener esa ganancia?

Y si la fórmula de la ganancia fuera $G(p) = 400 - 3(p - 170)^2$

- ¿Pueden dar dos valores de p que den la misma ganancia?
- ¿Cuál sería la máxima ganancia y para qué precio?

Problema 1.1:

Los registros de temperatura tomados un día del mes de julio entre las 0hs y las 15hs en una zona rural se ajustan a la función: $T(x) = 0,1(x - 8)^2 - 4$, donde T es la temperatura en grados Celsius y x la hora del día

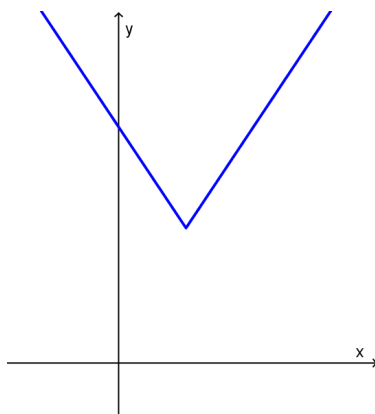
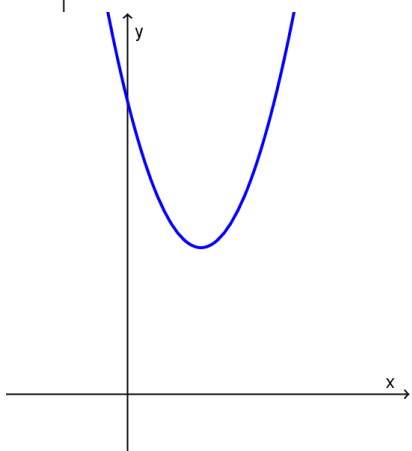
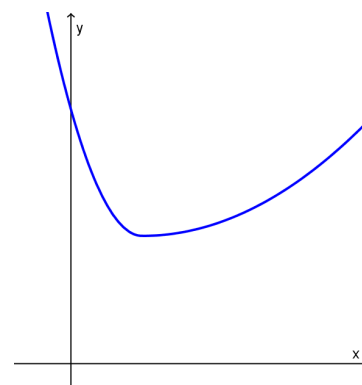
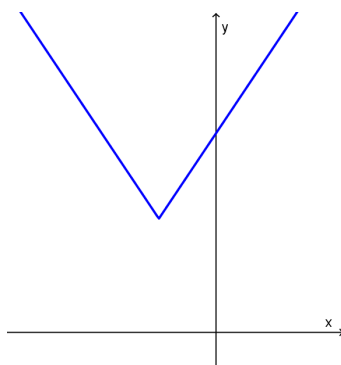
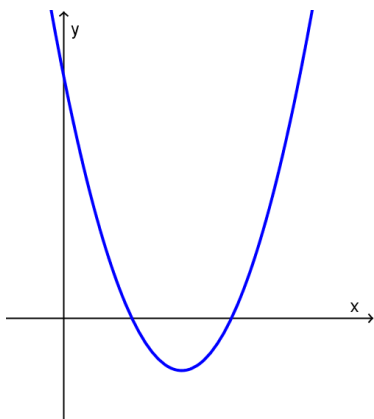
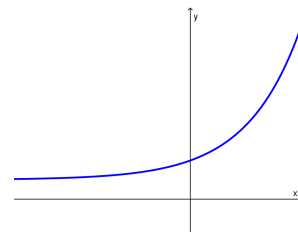
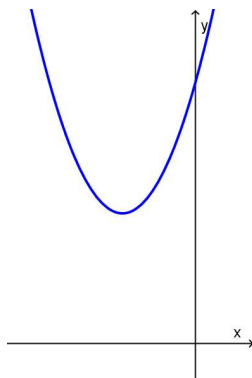
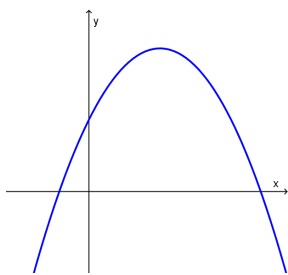
- ¿Qué temperatura hubo a las 2 de la mañana?
- ¿En algún momento de la mañana se registró la misma temperatura que a las 15 hs?
- ¿En algún momento del día se registró la misma temperatura que a las 0 horas?
- ¿Es posible haber registrado antes de las 15 horas una temperatura de $-1,5^\circ\text{C}$? ¿y de -5°C ?
- ¿Cuál fue la temperatura mínima entre las 0 y las 15 horas y a qué hora se registró?

Problema 2

Dada la siguiente función $f(x) = (x-2)^2 + 4$

- Busque, si existen, otros valores de dominio que tengan la misma imagen que $x = 5$.
¿Cuántos hay?
- Busque, si existen, otros valores del dominio que tengan la misma imagen que $x = -3$.
¿Cuántos hay?

- c) Busque, si existen, otros valores del dominio que tengan la misma imagen que $x = 2$. ¿Cuántos hay?
- d) Proponga, si existen, valores del dominio cuya imagen sea 20. ¿Cuántos hay?
- e) Proponga, si existen, valores del dominio cuya imagen sea 3. ¿Cuántos hay?
- f) Proponga, si existen, valores del dominio cuya imagen sea 4. ¿Cuántos hay?
- g) Analice cuáles de los siguientes gráficos podría corresponder con la función analizada.



Problema 3

Dadas las siguientes funciones, hallar el máximo o el mínimo valor que puede alcanzar cada una de las funciones y en qué valor de x lo alcanza.

a) $f(x) = (x + 5)^2 - 4$

b) $g(x) = -2(x - 5)^2 + 1$

c) $h(x) = 5 - (4x+3)^2$

d) $i(x) = (7x - 5)^2 + 18$

Problema 4

Dada la función $f(x) = (x + 3)^2 - 9$

a) Decidir, en cada caso, si es cierta la afirmación:

i) Hay dos valores de x tales que $f(x) = 160$

ii) Hay dos valores de x tal que $f(x) = 5$

iii) Hay dos valores de x tal que $f(x) = -20$

b) Para cada una de las siguientes frases, completarlas con un número para que resulten verdaderas:

i) Hay un único valor de x tal que $f(x) = \dots\dots\dots$

ii) No hay valor de x tal que $f(x) = \dots\dots\dots$

iii) Hay tres valores de x tales que $f(x) = \dots\dots\dots$

c) Hacer un gráfico aproximado de la función f .

Problema 5

Dada la función $f(x) = (2x - 5)^2 + 14$ decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o no:

a) El gráfico de $f(x)$ corta al eje x

b) $f(8) = 135$

c) $f(-8) = -135$

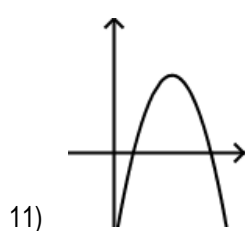
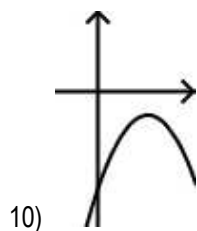
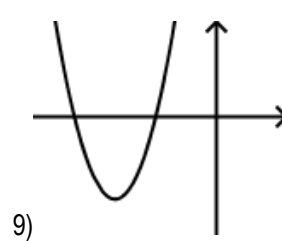
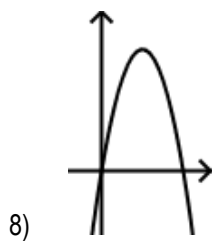
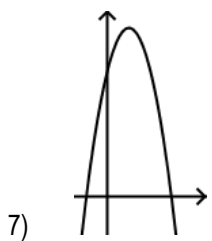
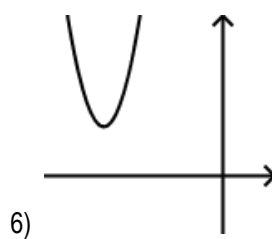
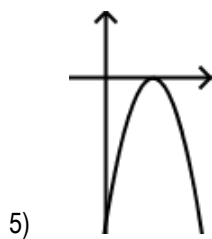
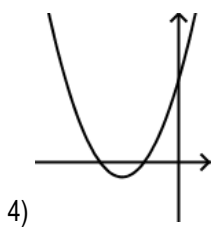
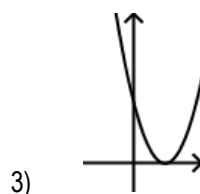
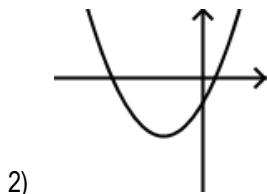
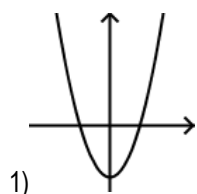
d) $f(1) = 5$

e) El valor mínimo de $f(x)$ se alcanza en $x = 5$

Problema 6

Dadas las siguientes fórmulas y gráficos de funciones, relacionar las fórmulas con los gráficos.

$$f(x) = (x - 2)^2 \quad g(x) = (x + 5)^2 - 4 \quad h(x) = -(x - 3)^2 + 4 \quad t(x) = 2(x + 5)^2 + 2 \quad k(x) = 4 - (2x - 1)^2$$



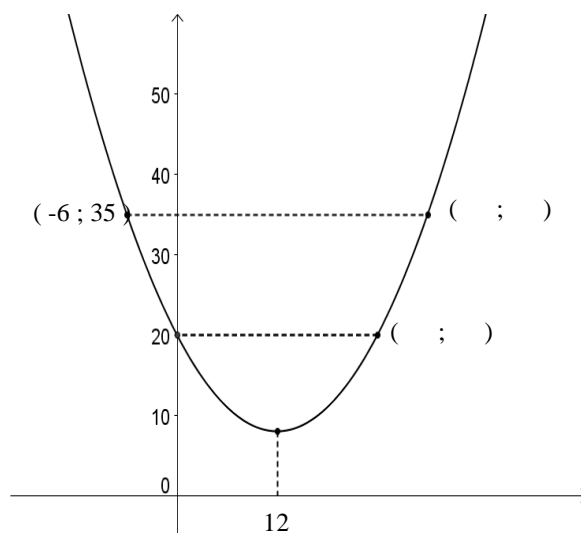
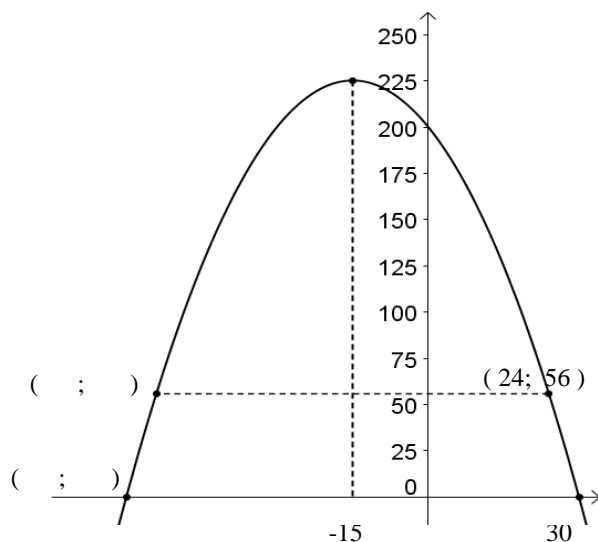
Problema 7

Dada la siguiente función $y = (x - 3)^2 - 5$

- Busquen, si existe, otro valor del dominio que tenga la misma imagen que $x = 0$ ¿Cuántos hay? ¿Por qué?
- Busquen, si existe, otro valor del dominio que tenga la misma imagen que $x = -1$ ¿Cuántos hay? ¿Por qué?
- Busquen, si existe, otro valor del dominio que tenga la misma imagen que $x = 1$ ¿Cuántos hay? ¿Por qué?

Problema 8

Para las siguientes parábolas, completen las coordenadas de los puntos marcados:



Problema 9

Justificar la respuesta en cada caso

- ¿Es posible que una parábola pase por los puntos $(100; 1)$ y $(-100; 1)$ y su vértice sea $(0; 2)$?
- ¿Cuál puede ser el vértice de una parábola que pasa por los puntos $(0; 2)$, $(10; 2)$?
- ¿Es posible que una parábola pase por los puntos $(-126; 8)$ y $(124; 8)$ y su vértice sea $(2; 1)$?
- ¿Cuál puede ser las coordenadas del vértice de una parábola que pasa por los puntos $(-235; 15)$ y $(242; 15)$?
- ¿Es posible que una parábola con vértice en el punto $v = (0; -3)$ pase por los puntos $(4; 2)$ y $(-4; -2)$?

Problema 10

Hallar el vértice y el eje de simetría de cada parábola. Estudiar si la parábola corta al eje x , y dónde.

a) $y = 2(x - 2)^2 + 1$

b) $y = -(x + 2)^2 + 4$

c) $y = -2(3x - 1)^2 - \frac{1}{2}$

d) $y = (2x + 2)^2 - 9$

e) $y = 4(x + 2)^2 - 1$

f) $y = (2x + 2)^2 - 1$

g) $y = 2(x - 2)^2$

h) $y = x^2$

Problema 11

Dadas las siguientes funciones y gráficos, relacionar cada una de las fórmulas con uno de los gráficos.

1) $y = 4(x + 3)^2 - 1$

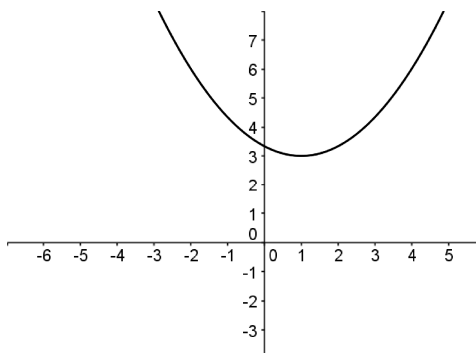
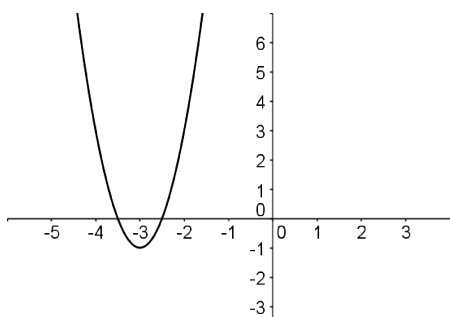
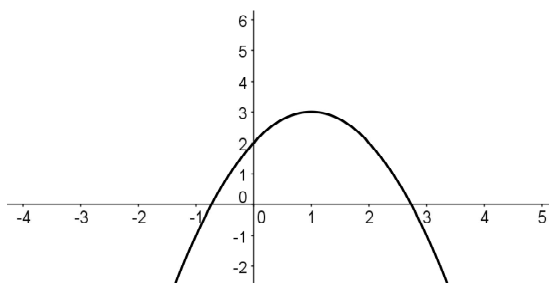
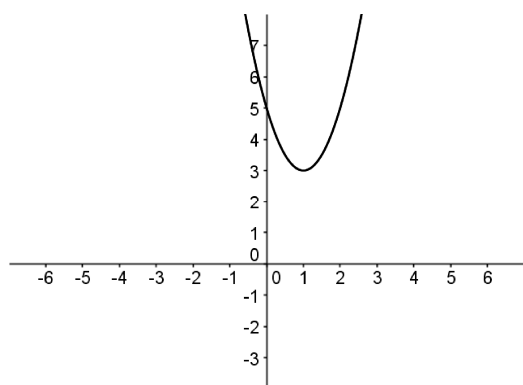
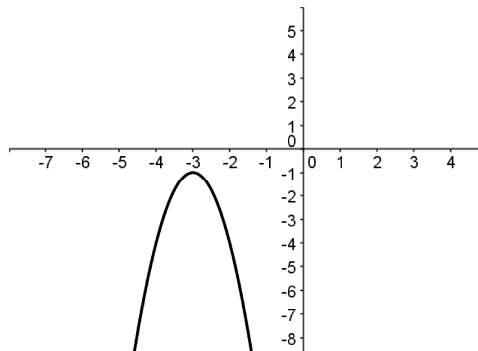
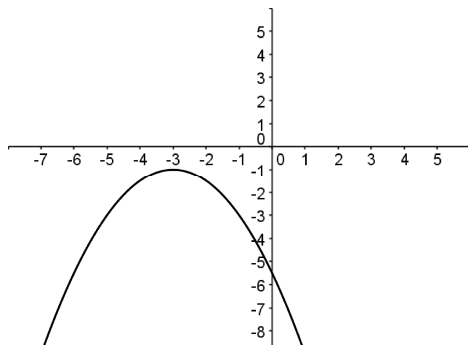
2) $y = -(x - 1)^2 + 3$

3) $y = -3(x + 3)^2 - 1$

4) $y = 2(x - 1)^2 + 3$

5) $y = -\frac{1}{2}(x + 3)^2 - 1$

6) $y = \frac{1}{3}(x - 1)^2 + 3$



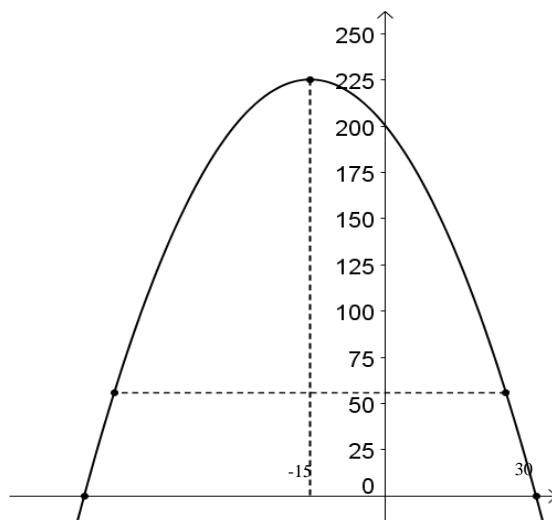
Problema 12

Si es posible, escribí: (si no es posible, explicá por qué):

- La ecuación de una parábola que tenga un mínimo igual a 9 en $x = 5$. ¿Hay una sola posibilidad?
- La ecuación de una parábola que tenga un máximo igual a 8 en $x = -7$, y que pase por el punto $(5; 1)$.
- La ecuación de una parábola que tenga un mínimo igual a 3 en $x = 7$ y pase por el punto $(5; 0)$.
- La ecuación de una parábola que tenga un mínimo en $x = 1$ y que no corte al eje de las abscisas.
- Las ecuaciones de dos parábolas que pasen por los puntos $(4; 9)$ y $(8; 9)$.

Problema 13

Marcar todas las fórmulas que pueden corresponder al gráfico. Explicar por qué.



a) $y = -\frac{1}{9}(x+15)^2 + 225$

d) $y = -\frac{1}{9}x^2 + \frac{30}{9}x + 225$

b) $y = \frac{1}{9}(x+15)^2 + 225$

e) $y = \frac{1}{9}x^2 + \frac{30}{9}x + 200$

c) $y = -\frac{1}{9}(x+60)(x-30)$

f) $y = -\frac{1}{9}x^2 - \frac{30}{9}x + 200$

Problema 14

a) ¿Cuál o cuáles de estas expresiones tienen el mismo gráfico que $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 4,5$?

I) $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$

II) $y = -\frac{1}{2}(x-4)(x+2)$

III) $y = -\frac{1}{2}(5x-5)^2 + 4,5$

IV) $y = -\frac{1}{2}(x-2)x + 4$

V) $y = -\frac{1}{2}(x-6)(x+4) - 8$

b) Considerando todas las funciones de la parte a), ¿en cuáles de las fórmulas podés "leer" dónde está el vértice de la parábola que define? ¿En cuáles podés "leer" cuáles son sus raíces?

c) ¿Qué informaciones podemos obtener a partir de las fórmulas IV y V?

Problema 15

En una chacra se quiere cercar un área rectangular para la huerta, aprovechando una pared existente. Para los otros tres lados del rectángulo se dispone de 170 m de tejido metálico.

- ¿Cuál será el área de la huerta si uno de los lados de la cerca mide 30 m?
- Hallar las dimensiones de la cerca para que la huerta tenga la mayor superficie posible.

Problema 16

El dueño de un cyber decidió emplear un sistema de socios con un cargo fijo durante el mes para los clientes habituales. El sistema consiste en que los clientes se hacen socios y pagan una cuota fija por mes, que los autoriza a utilizar las computadoras cuando quieran y el tiempo que quieran. La cuota salía \$26, y se hicieron socios 100 personas. Luego de variar el precio algunas veces, el dueño registró que por cada \$1 que aumentaba siempre perdía 2 socios. Suponiendo que esto es cierto, respondé las siguientes preguntas:

- ¿Cuánto recaudó cuando la cuota salía 26?
- ¿Con cuántos socios se va a quedar, si aumenta la cuota \$4? ¿Y cuánto recaudará en ese caso?
- Propongan otros posibles aumentos e indiquen cuántos socios quedarán y cuánto recaudará el dueño en esos casos.
- Propongan una fórmula que nos permita calcular cuánto dinero va a recaudar por mes, dependiendo de cuánto se aumente la cuota.
- ¿Podrías decir cuánto tiene que aumentar el dueño para obtener la máxima recaudación? ¿Y cuál sería esa recaudación?
- Propongan otra fórmula que permita calcular el dinero que se va a recaudar en función del valor de la cuota.

Problema (tarea)

Una compañía de TV por cable que tiene 20.000 abonados y cobra \$ 35 mensuales, ordena un estudio de mercado para decidir el aumento que aplicará en sus tarifas. Los resultados de dicho estudio indican que la empresa perderá 400 abonados por cada peso que aumente la tarifa.

- Determinar la expresión (fórmula) que permite conocer el Ingreso en función del incremento aplicado a la tarifa.
- ¿Cuál deberá ser el aumento para maximizar el ingreso de dinero?

Problema 17

Para cada una de las siguientes funciones decidir si tienen máximo o mínimo y hallarlo.

- $f(x) = -2(x - 3)(x + 5)$
- $g(x) = (7x - 3)(x + 5)$
- $h(x) = (x - 9)(x + 21) + 3$
- $m(x) = x^2 + 65$
- $p(x) = (x - 4)^2$
- $n(x) = (2x - 5)(x - 52)$

Problema 18

- a) ¿Cuál podrá ser la fórmula de una función cuadrática que cuyos ceros sean 3 y -7 ? ¿Cuántas funciones cuadráticas cumplen esa condición? ¿Por qué?
- b) ¿Cuál podrá ser la fórmula de una función cuadrática que cumpla que $x = 7$ y $x = 11$ tengan la misma ordenada? ¿Cuántas funciones cuadráticas cumplen esa condición? ¿Por qué?
- c) ¿Cuál podrá ser la fórmula de una función cuadrática f que verifique $f(5) = f(25) = 18$?
- d) ¿Cuál podrá ser la fórmula de una función cuadrática cuyo gráfico sea una parábola con vértice en el punto $(5; 2)$?
- e) ¿Cuál podrá ser la fórmula de una parábola que no corte al eje y ?
- f) ¿Cuál podrá ser la fórmula de una parábola que no corte al eje x ?

Problema 19

- a) Inventen la fórmula de una función cuadrática que tenga una sola raíz.
- b) Si ahora se quiere que tenga una sola raíz y que sea en $x = 3$, ¿cuántas funciones distintas puede haber?

Problema 20

Hay un famoso gol de tiro libre, convertido por José Luis Chilavert, arquero de Vélez, que resultó "inatajable" para Burgos, arquero de River, en el partido del día 22 de marzo de 1996. Se sabe que la trayectoria de la pelota lanzada por Chilavert puede ser representada por la siguiente función: $h = -0,02x^2 + 1,16x$ en donde x representa la cantidad de metros en línea recta sobre el pasto desde el pie de Chilavert hasta el lugar donde se encuentra la pelota, y h , la altura alcanzada por la pelota, medida en metros.

- a) ¿A cuántos metros de Chilavert la pelota hubiera tocado el piso (de no haber sido interrumpida su trayectoria por la red del arco)?
- b) ¿Cuál fue la altura máxima que alcanzó la pelota y a qué distancia del lugar de partida?

Problema 21

Decidir si cada una de las siguientes funciones tiene máximo o mínimo y hallarlo.

- a) $f(x) = -2x^2 - 7x$
 - b) $g(x) = 14x^2 + 3x$
 - c) $h(x) = x^2 - x$
- Calcular las raíces o ceros de estas funciones.

Problema 22

Realizar un gráfico aproximado de la siguiente parábola: $y = x^2 + 16x + 66$

Problema 23

Hallar el vértice de las parábolas dadas por las fórmulas que siguen.

- a) $y = 2x^2 - 10x + 11,75$
- b) $y = x^2 - 3$
- c) $y = x^2 + \frac{1}{2}x$
- d) $y = x^2 + 10x - 25$
- e) $y = x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{3}{9}$
- f) $y = x^2 + 12x - 35$

Problema 24

Una piedra se lanza verticalmente hacia arriba desde la ventana de una habitación con una velocidad inicial de 10 metros por segundo.

Se sabe que $h(t) = -5t^2 + 10t + 15$, es la fórmula que permite calcular la altura a la cual se encuentra la piedra, medida desde el suelo, t segundos después de que fue lanzada.

- ¿A qué altura se encuentra la piedra 0,5 segundos después de que fue lanzada?
- ¿A qué altura se encuentra la ventana?
- ¿Cuál es la altura máxima que alcanza esa piedra y en qué momento la alcanza?
- A partir del gráfico de la función, estimar cuándo chocará esa piedra con el suelo.

Problema 25

Supongamos que en el mismo instante en que se lanza la piedra del problema 12, simultáneamente, desde el suelo, se lanza otra piedra con una velocidad de 20 m/s.

Se sabe que en este caso $j(t) = -5t^2 + 20t$ es la fórmula que permite calcular la altura a la cual se encuentra esta piedra, medida desde el suelo, t segundos después de que fue lanzada.

- ¿En qué momento esta piedra vuelve a tocar el suelo?
- Una persona sentada dentro de la habitación, ¿puede ver pasar a esta piedra?
- ¿En algún momento las piedras alcanzan la misma altura? ¿A qué altura sucede esto?
- ¿Dónde se encuentra la piedra que fue lanzada desde la ventana cuándo la que se lanzó desde el suelo alcanza la altura máxima?

Problema 26

Hallar los ceros de la siguiente función: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 6$.

Problema 27

a) Hallar la expresión canónica de las siguientes fórmulas de funciones cuadráticas:

$$f(x) = -2x^2 - 4x - 2 \quad g(x) = -x^2 - 2x \quad h(x) = 3x^2 + 18x - 21 \quad j(x) = 3x^2 + 5$$

- Buscar los ceros de estas funciones.
- Buscar los ceros de la funciones del problema 23.