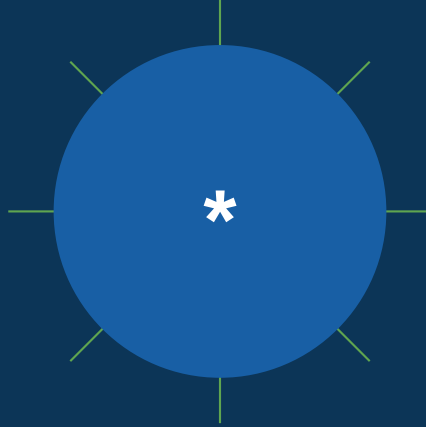




Trigonometria y Astronomia

CUADERNILLO DE PROBLEMAS

7 problemas con datos reales . NASA . ESA . IAU

Nivel: 4 a 6 anyo secundaria

Funciones: seno . coseno . tangente

RECORDATORIO - triangulo rectangulo

$\text{sen}(a) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$

$\text{cos}(a) = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$

$\text{tan}(a) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$

PROBLEMA 01

★ ■ ■ tan

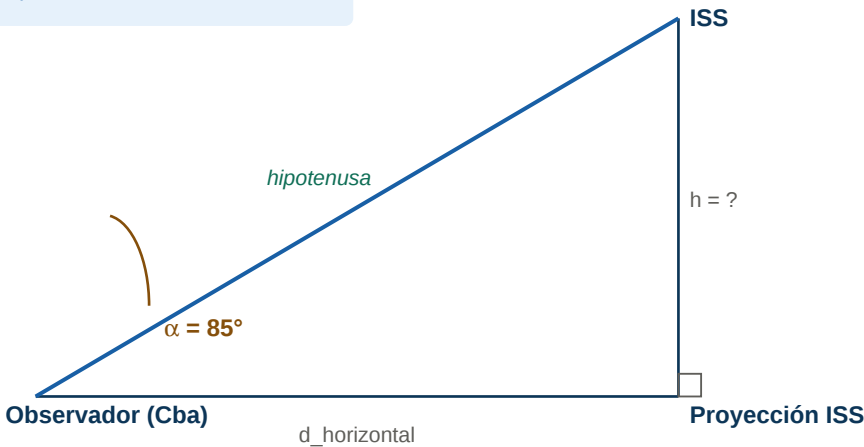
¿A qué altura vuela la ISS?

La Estación Espacial Internacional (ISS) orbita la Tierra a baja altitud. Dos observadores la fotografían simultáneamente cuando pasa aproximadamente por el cenit del punto medio entre ellos.

Dos observadores en Argentina, uno en Córdoba y otro en Buenos Aires, separados 700 km en línea recta, fotografían la ISS en el mismo instante. Desde Córdoba, el ángulo de elevación es 85°. Usando al observador de Córdoba como referencia, y sabiendo que la ISS se encuentra casi sobre la vertical (a 60 km de distancia horizontal), estimá la altitud de la ISS.

Dist. horiz. ≈ 60 km	Ángulo elev. 85°	$\tan(85^\circ)$ ≈ 11,43	Función $\tan(\alpha) = h/d$
-------------------------	---------------------	-----------------------------	---------------------------------

$\tan(\alpha) = h / d_{\text{horiz}}$



Resolvé paso a paso:

1. Dibujá el triángulo rectángulo: observador en la base, proyección vertical de la ISS y la ISS.
2. Identificá: cateto adyacente = distancia horizontal, cateto opuesto = altitud h .
3. Planteá $\tan(85^\circ) = h / 60 \text{ km}$ y despejá h .
4. Expresá el resultado en km y compará con el valor real de la NASA ($\approx 420 \text{ km}$).

Fuente: NASA ISS Facts Sheet, 2024

PROBLEMA 02

★ ■ ■ tan

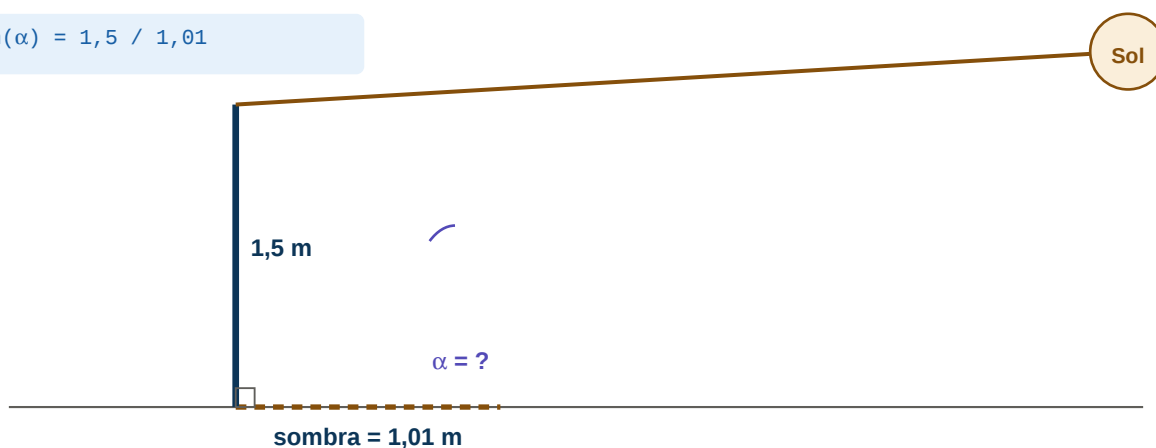
El gnomon solar: medir el mediodía

La tangente del ángulo de elevación del Sol es la razón entre la altura de una varilla vertical y la longitud de su sombra horizontal. Este método, usado por los griegos, sigue vigente en sensores de satélites ESA.

En Buenos Aires (latitud 34° S), al mediodía solar de un día de equinoccio, una varilla vertical de 1,5 m proyecta una sombra de 1,01 m sobre el suelo horizontal. Calculá el ángulo de elevación del Sol sobre el horizonte y verificá que coincide con $90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$.

Altura varilla 1,5 m	Sombra 1,01 m	Latitud Bs As 34° S	Ángulo esperado 56°
-------------------------	------------------	------------------------	------------------------

$$\tan(\alpha) = 1,5 / 1,01$$



Resolvé paso a paso:

1. ¿Qué función trigonométrica relaciona la varilla (opuesto), la sombra (adyacente) y el ángulo α ?
2. Calculá $\tan(\alpha) = 1,5 / 1,01$.
3. Determiná $\alpha = \arctan(1,485)$. ¿Cuánto vale?
4. Explicá por qué en el equinoccio al mediodía el Sol tiene exactamente esta altura en Buenos Aires.

Fuente: IAU / NIST — Principio del gnomon solar

PROBLEMA 03

Diámetro angular de la Luna



sen

La NASA mide el diámetro angular de la Luna para calibrar instrumentos ópticos. El diámetro angular es el ángulo que ocupa el disco lunar visto desde la Tierra, y varía levemente según la distancia orbital.

La distancia media Tierra–Luna es 384.400 km y el radio de la Luna es 1.737 km. Calculá el semiángulo que subtiende la Luna (ángulo desde la línea de visión central hasta el borde), luego el diámetro angular completo en grados y en minutos de arco ($1^\circ = 60'$).

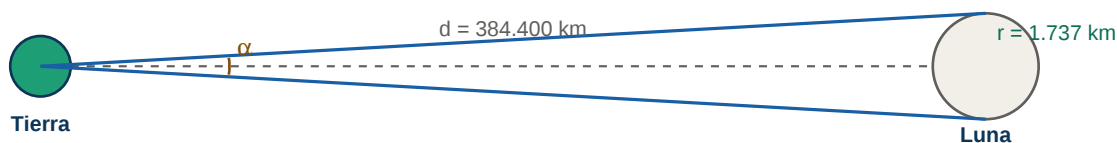
Dist. T–L
384.400 km

Radio Luna
1.737 km

Función
 $\sin(\alpha) = r/d$

$1^\circ =$
60 minutos

$$\sin(\alpha) = r / d = 1737 / 384400$$



Resolvé paso a paso:

1. Dibujá el triángulo rectángulo: vértice en la Tierra, cateto opuesto = radio lunar, hipotenusa = distancia T–L.
2. Calculá $\sin(\alpha) = 1.737 / 384.400$.

- 3. Determiná $\alpha = \arcsen(0,004518)$. Expresá en grados.
- 4. Multiplicá por 2 para el diámetro angular total y convertí a minutos de arco.
- 5. Compará con el valor NASA: 29–33 minutos de arco según posición orbital.

Fuente: NASA Moon Fact Sheet, 2024

PROBLEMA 04

Inclinación orbital de Marte

★★■

sen

cos

La órbita de Marte está inclinada $1,85^\circ$ respecto al plano de la eclíptica. La misión Mars Reconnaissance Orbiter de NASA calcula la posición exacta de Marte descomponiendo su velocidad orbital en componentes.

Marte se mueve a $24,1 \text{ km/s}$ en su órbita. Su órbita está inclinada $1,85^\circ$ respecto al plano de la eclíptica. Calculá: a) la componente de la velocidad dentro del plano de la eclíptica, b) la componente perpendicular al plano. Verificá usando el teorema de Pitágoras.

Vel. orbital $24,1 \text{ km/s}$	Inclinación $1,85^\circ$	$\cos(1,85^\circ)$ $\approx 0,9995$	$\sen(1,85^\circ)$ $\approx 0,0323$
-------------------------------------	-----------------------------	--	--

$v_{\text{plano}} = 24,1 \cdot \cos(1,85^\circ) \mid v_{\text{perp}} = 24,1 \cdot \sen(1,85^\circ)$



Resolvé paso a paso:

- 1. La velocidad total ($24,1 \text{ km/s}$) es la hipotenusa. Dibujá el triángulo rectángulo de descomposición.
- 2. ¿Qué función trigonométrica da la componente en el plano (cateto adyacente al ángulo de inclinación)?
- 3. Calculá $v_{\text{plano}} = 24,1 \times \cos(1,85^\circ)$.
- 4. Calculá $v_{\text{perp}} = 24,1 \times \sen(1,85^\circ)$.
- 5. Verificá: $\sqrt{(v_{\text{plano}}^2 + v_{\text{perp}}^2)} \approx 24,1 \text{ km/s}$.

Fuente: NASA Mars Fact Sheet; JPL Ephemeris, 2024

PROBLEMA 05

Paralaje de Próxima Centauri

★★■

tan

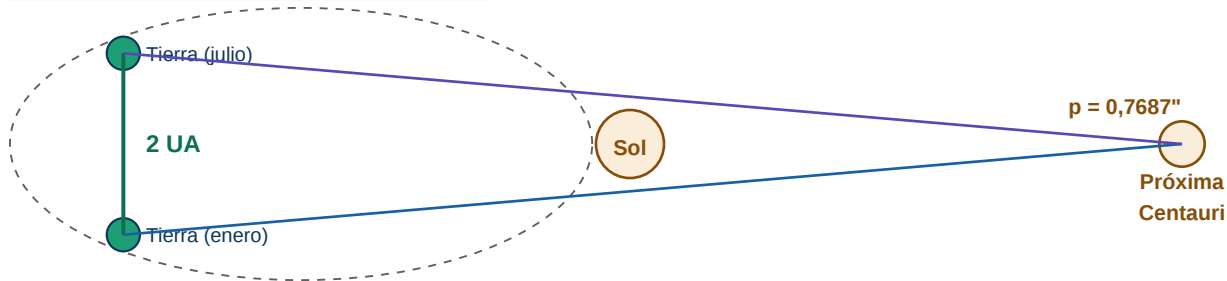
El paralaje estelar es el desplazamiento angular de una estrella cercana cuando la Tierra ocupa posiciones opuestas de su órbita. La misión Gaia de la ESA midió con precisión el paralaje de más de mil millones de estrellas.

Próxima Centauri tiene un ángulo de paralaje $p = 0,7687''$ (segundos de arco), medido por Gaia-ESA (2016). La base de medición es el radio orbital de la Tierra = $1 \text{ UA} = 149.597.541 \text{ km}$.

Calculá la distancia a Próxima Centauri en kilómetros y convertí a años-luz (1 a.l. = $9,461 \times 10^{12}$ km).

Paralaje p 0,7687"	Base (1 UA) 149.597.541 km	p en grados $p'' \div 3600$	1 a.l. $9,461 \times 10^{12}$ km
-----------------------	-------------------------------	--------------------------------	-------------------------------------

$d = 1 \text{ UA} / \tan(p/2)$



Resolvé paso a paso:

- El semiángulo de paralaje es $p/2 = 0,3844'' = 0,3844/3600^\circ = 0,0001068^\circ$.
- En el triángulo rectángulo: base = 1 UA (cateto adyacente), distancia = ? (cateto adyacente largo). Usá $\tan(p/2) = 1 \text{ UA} / \text{distancia}$.
- Para ángulo tan pequeño: $\tan(\alpha) \approx \alpha$ en radianes. Convertí $0,0001068^\circ$ a radianes.
- Calculá distancia = $1 \text{ UA} / \tan(p/2)$ en km.
- Dividí por $9,461 \times 10^{12}$ para obtener la distancia en años-luz. Compará con 4,2465 a.l. (Gaia).

Fuente: ESA Gaia DR2; Ribas et al., A&A, 2024

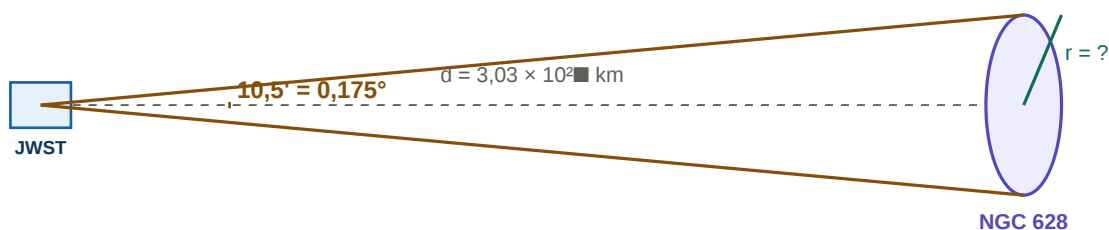
PROBLEMA 06 ★★★★ sen tan
Ángulo de visión del telescopio James Webb

El telescopio espacial James Webb (JWST, NASA/ESA/CSA) opera desde el punto L2, a 1.500.000 km de la Tierra. Observa galaxias lejanas y puede determinar su tamaño real a partir del ángulo que ocupan en el cielo.

La galaxia NGC 628 está a 32 millones de años-luz = $3,03 \times 10^2$ ■ km. El JWST mide su diámetro angular en 10,5 minutos de arco. Calculá el diámetro real de NGC 628 en km y en años-luz, y compará con el valor NASA: ≈ 95.000 años-luz.

Dist. NGC 628 $3,03 \times 10^2$ ■ km	Diám. angular $10,5' = 0,175^\circ$	Semiángulo $0,0875^\circ$	$\text{sen}(0,0875^\circ)$ $\approx 0,001527$
--	--	------------------------------	--

$$r = d \cdot \sin(0,0875^\circ)$$



Resolvé paso a paso:

1. El semiángulo es $10,5' / 2 = 5,25' = 0,0875^\circ$. El semieje de la galaxia (r) es el cateto opuesto y la distancia es la hipotenusa.
2. Planteá $\sin(0,0875^\circ) = r / \text{distancia}$ y despejá r .
3. $r = 3,03 \times 10^2 \times \sin(0,0875^\circ) = 3,03 \times 10^2 \times 0,001527$.
4. Calculá el diámetro $D = 2r$ en km y convertí a años-luz.
5. Calculá el error porcentual respecto a 95.000 a.l. (NASA).

Fuente: NASA/ESA JWST Early Release Science; NED Database, 2024

PROBLEMA 07

Geometría de un eclipse total de Sol

★★★

sen

cos

tan

El eclipse total del 8 de abril de 2024 fue visible en México, EE.UU. y Canadá. NASA publicó todos los datos geométricos. Un eclipse total ocurre cuando el diámetro angular de la Luna iguala o supera al del Sol visto desde la Tierra.

Durante el eclipse del 8/4/2024: distancia Tierra–Luna = 360.000 km, distancia Tierra–Sol = 149.600.000 km, radio Sol = 696.000 km, radio Luna = 1.737 km. a) Calculá el diámetro angular del Sol. b) Calculá el diámetro angular de la Luna. c) ¿Por qué hubo eclipse total? d) Estimá el ancho del corredor de totalidad sabiendo que el radio de la sombra umbral en la Tierra es $r_{\text{umbra}} = 360.000 \times \tan(0,25^\circ)$.

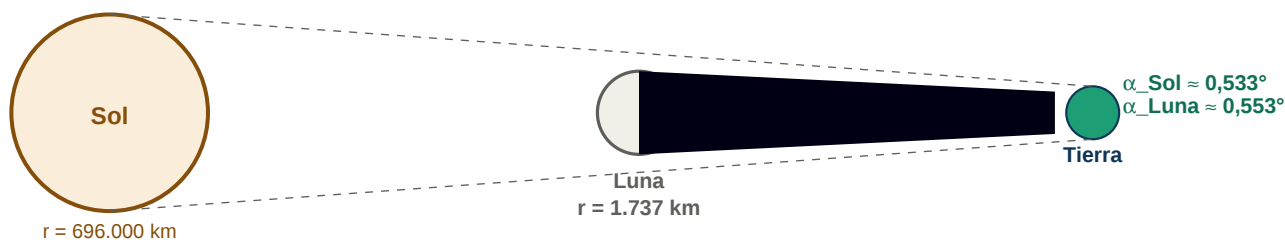
Dist. T–Luna
360.000 km

Dist. T–Sol
149.600.000 km

Radio Sol
696.000 km

Radio Luna
1.737 km

$$\sin(\alpha) = \text{radio} / \text{distancia} \rightarrow \alpha_{\text{Luna}} > \alpha_{\text{Sol}}$$



Resolvé paso a paso:

1. a) $\sin(\alpha_{\text{Sol}}) = 696.000 / 149.600.000$. Determiná α_{Sol} y el diámetro angular $= 2\alpha_{\text{Sol}}$.
2. b) $\sin(\alpha_{\text{Luna}}) = 1.737 / 360.000$. Determiná α_{Luna} y el diámetro angular $= 2\alpha_{\text{Luna}}$.
3. c) Compará α_{Sol} y α_{Luna} : ¿cuál es mayor? ¿Qué consecuencia tiene eso?
4. d) Calculá $r_{\text{umbra}} = 360.000 \times \tan(0,25^\circ)$ con $\tan(0,25^\circ) \approx 0,004363$. El corredor $= 2 \times r_{\text{umbra}}$.

Fuente: NASA Eclipse 2024 — Espenak & Meeus; NASA GSFC Goddard
